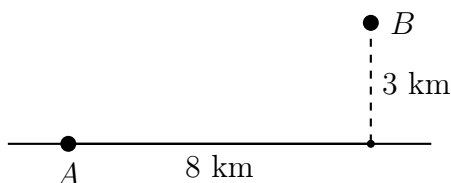
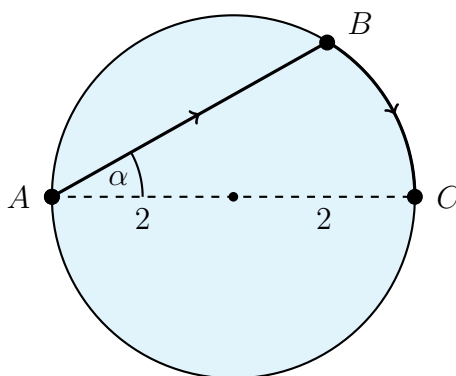


### Zestaw 3

1. Budynek w kształcie prostopadłościanu o wysokości 8 m jest ogorzony płotem o wysokości 3 m. Krawędzie płotu są równoległe do ścian budynku, a odległość od każdej ściany do płotu jest równa 4 m. Jaką długość ma najkrótsza drabina, którą zza płotu można oprzeć o ścianę tego budynku?
2. Bieżnia lekkoatletyczna ma długość 400 m i składa się z dwóch równoległych odcinków oraz dwóch łączących je półokręgów. Jakie wymiary powinna mieć bieżnia, aby powierzchnia prostokąta wewnątrz toru biegowego była jak największa?
3. Firma wydobywająca ropę naftową musi ułożyć rurociąg z punktu  $A$  leżącego przy brzegu do platformy wiertniczej znajdującej się na morzu w punkcie  $B$ . Koszt ułożenia 1 km rurociągu wzdłuż brzegu wynosi \$ 500 000, natomiast na dnie morza \$ 1 000 000. Jaki jest najmniejszy możliwy koszt ułożenia takiego rurociągu?

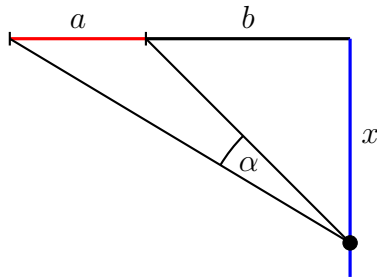


4. Kobieta znajdująca się w punkcie  $A$  na brzegu okrągłego jeziora o promieniu 2 km chce dotrzeć do punktu  $C$  leżącego po drugiej stronie jeziora w najkrótszym możliwym czasie. Może wiosłować łodzią z prędkością 2 km/h (od punktu  $A$  do  $B$ ) i iść wzdłuż brzegu z prędkością 4 km/h (od punktu  $B$  do  $C$ ). Ile wynosi wartość kąta  $\alpha$ , pod jakim powinna wyruszyć w podróż?



5. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 10. Jakiej długości powinny być jego boki, aby objętość bryły utworzonej przez obrót tego trójkąta dookoła (a) wysokości, (b) podstawy była największa?
6. Wiadomo, że dla ryby płynącej z prędkością  $v$  w wodzie stojącej, jej wydatki energetyczne na jednostkę czasu są proporcjonalne do  $v^3$ . Prędkość prądu wody w rzece jest równa  $u$ . Ryba płynie pod prąd i ma do przełynięcia dystans  $L$ . Z jaką prędkością powinna płynąć, aby zużyć jak najmniej energii?
7. Ilość światła docierającego od źródła światła jest proporcjonalna do mocy tego źródła i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości od tego źródła. Dwa źródła światła, jedno trzy razy mocniejsze od drugiego, ustawiono w odległości 10 metrów od siebie. Gdzie na linii pomiędzy nimi należy ustawić obiekt, aby docierało do niego jak najmniej światła?

8. Zawodnik rugby oddaje strzał w kierunku bramki (zaznaczonej na rysunku kolorem czerwonym) o szerokości  $a$ , przy czym piłka musi zostać ustawiona na pionowej linii zaznaczonej na rysunku kolorem niebieskim. Gdzie należy ustawić piłkę, aby szansa trafienia do bramki była jak największa? Inaczej mówiąc: należy znaleźć wartość  $x$ , dla której kąt  $\alpha$  jest największy.



9. Przychód firmy świadczącej usługi serwerowe uzależniony jest od ilość przechowywanych przez klientów danych. Jeżeli przez  $x$  oznaczymy ilość danych w eksabajtach (eksabajt =  $10^6$  TB) zapisanych przez klientów na serwerach firmy, to jej przychód jest równy  $30x - 2x^2$ . Jednocześnie firma ta ponosi koszt związany z utrzymaniem serwerów, który wynosi  $x^2 + 2x + 1$ . Rząd planuje wprowadzić specjalny podatek od tego rodzaju usług, uzależniony od ilości przechowywanych danych  $x$ , równy  $rx$  dla pewnego parametru  $r > 0$ . Oczywiście firma zamierza uwzględnić (dodać) ten podatek do swojego kosztu i ustalić ilość przechowywanych danych  $x$  w ten sposób, aby osiągnąć maksymalny zysk. Jaka powinna być wartość parametru  $r$ , aby przychód państwa z tytułu podatku był w tej sytuacji największy?