```
1:  input: graf skierowany G = ({1, ..., n}, E), wagi W = W(v, w)
2:  output: długość D_j najkrótszej ścieżki od 1 do j, j ∈ {2, ..., n}
3:  L ← ∅
4:  V ← {2, ..., n}
5:  for i ∈ V do
6:      D_i ← W(1, i)
7:  end for
8:  while V \ L ≠ ∅ do
9:      wybierz k ∈ V \ L o najmniejszym ~~D_j~~ D_k
10:     L ← L ∪ {k}
11:     for j ∈ V \ L do
12:         if D_j > D_k + W(k, j) then
13:             D_j ← D_k + W(k, j)
14:         end if
15:     end for
16: end while
```

$\delta(u,v)$ – długość optymalnej ścieżki od u do v

NIEZMIENNIK

Dla każdego $i \in L$ zachodzi $D_i = \delta(1,i)$ (P)

1. $L = \emptyset \Rightarrow$ P jest prawdą
2. Po zakończeniu $V \setminus L = \emptyset \Rightarrow L = \{2, \dots, n\}$
3. Czy się kończy? TAK: każdy obrót zwiększa L o 1 element

Cormen, , Rivest

Jeżeli P jest prawdą przed wykonaniem instr. 9, to jest też prawdą po wykonaniu instr. 9-15.

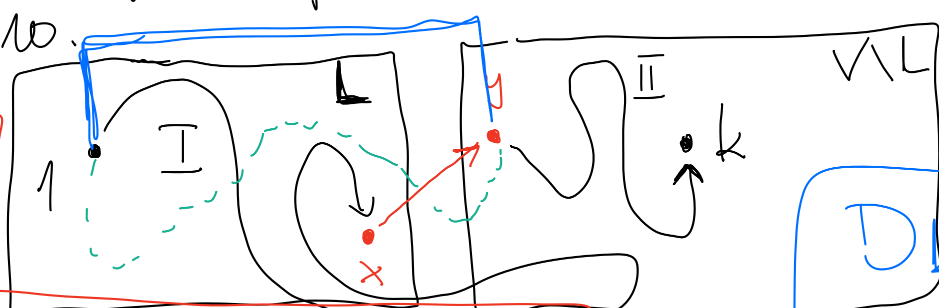
Wystarczy sprawdzić, że $D_k = \delta(1,k)$ dokładnie w momencie dodania k do L.

Załóżmy, że istnieje wierzchołek k, dla którego $D_k \neq \delta(1,k)$ w momencie dodawania k do L. Niech k będzie pierwszym takim wierzchołkiem.

Po 9, przed 10.

$D_k = D_y$

NIEZM.
$D_x = \delta(1,x)$



$1 \to \mathrm{I} \to x \to y \to \mathrm{II} \to k$

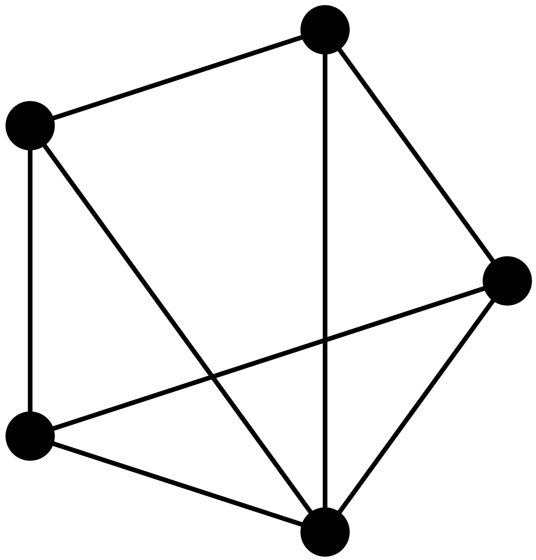
$D_k \geq D_y$, $D_k \leq D_y$

$\delta(1,y) = D_y = D_k > \delta(1,k)$

sprzeczność

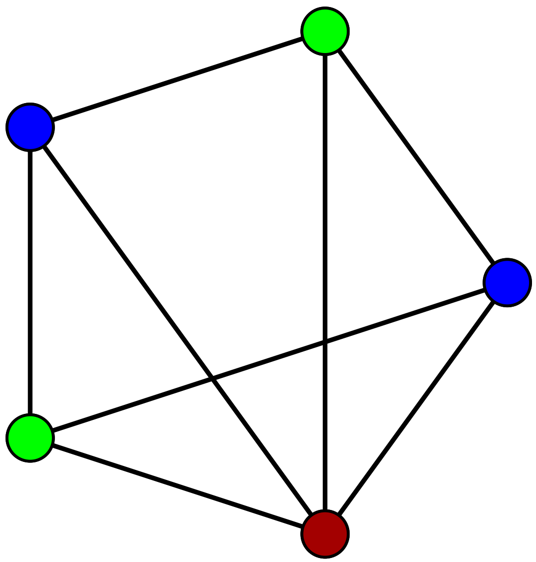
Kolorowanie grafów

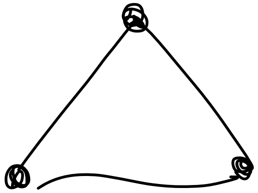
Czy da się pokolorować trzema kolorami (R,G,B) wierzchołki grafu w ten sposób, żeby sąsiednie wierzchołki miały różne kolory?



Kolorowanie grafów

Czy da się pokolorować trzema kolorami (R,G,B) wierzchołki grafu w ten sposób, żeby sąsiednie wierzchołki miały różne kolory?



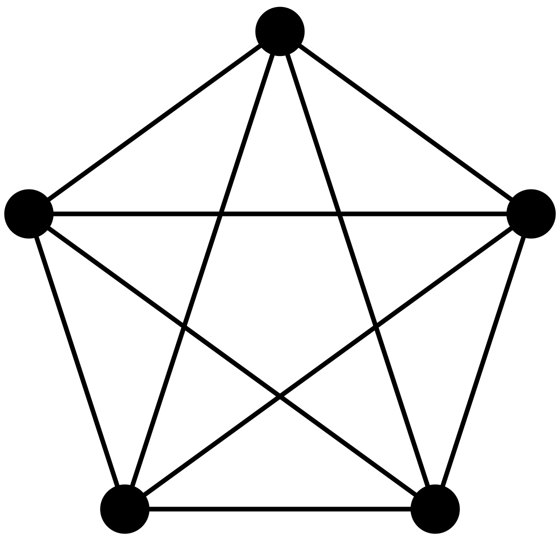


Kolorowaniem grafu G nazywamy takie przyporządkowanie pewnej liczby kolorów wierzchołkom tego grafu, że każde dwa sąsiednie wierzchołki mają różne kolory.

Kolorowaniem grafu G nazywamy takie przyporządkowanie pewnej liczby kolorów wierzchołkom tego grafu, że każde dwa sąsiednie wierzchołki mają różne kolory.

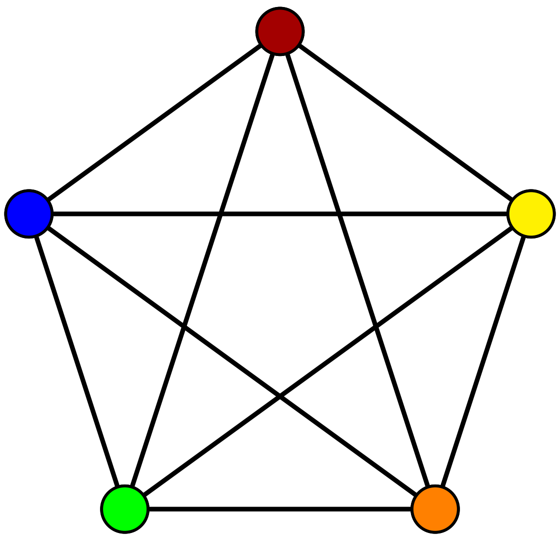
Najmniejszą liczbę kolorów wystarczającą do utworzenia kolorowania grafu G nazywamy **liczbą chromatyczną** grafu G i oznaczamy $\chi(G)$.

Kolorowanie grafów



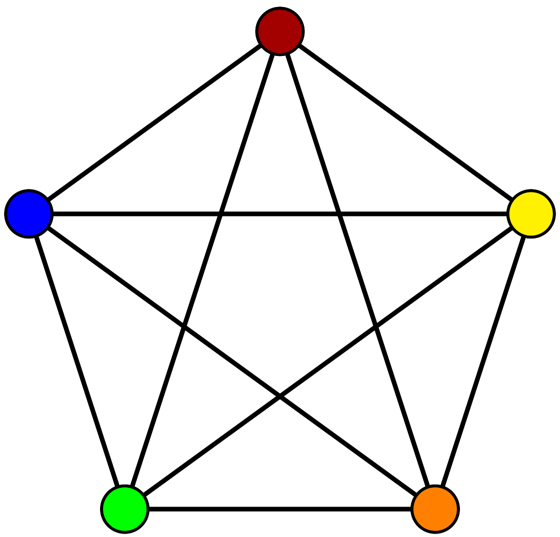
K_5

Kolorowanie grafów



$$\chi(K_5) = 5$$

Kolorowanie grafów



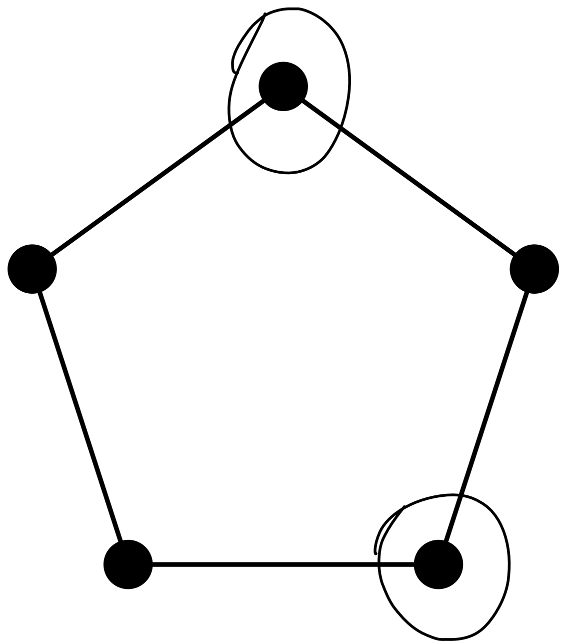
$$\chi(K_5) = 5$$

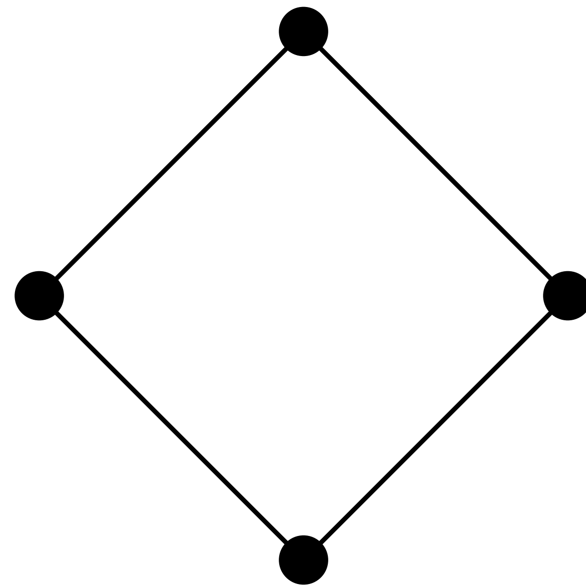
$$\chi(K_n) = n$$

Kolorowanie grafów

C_5

?

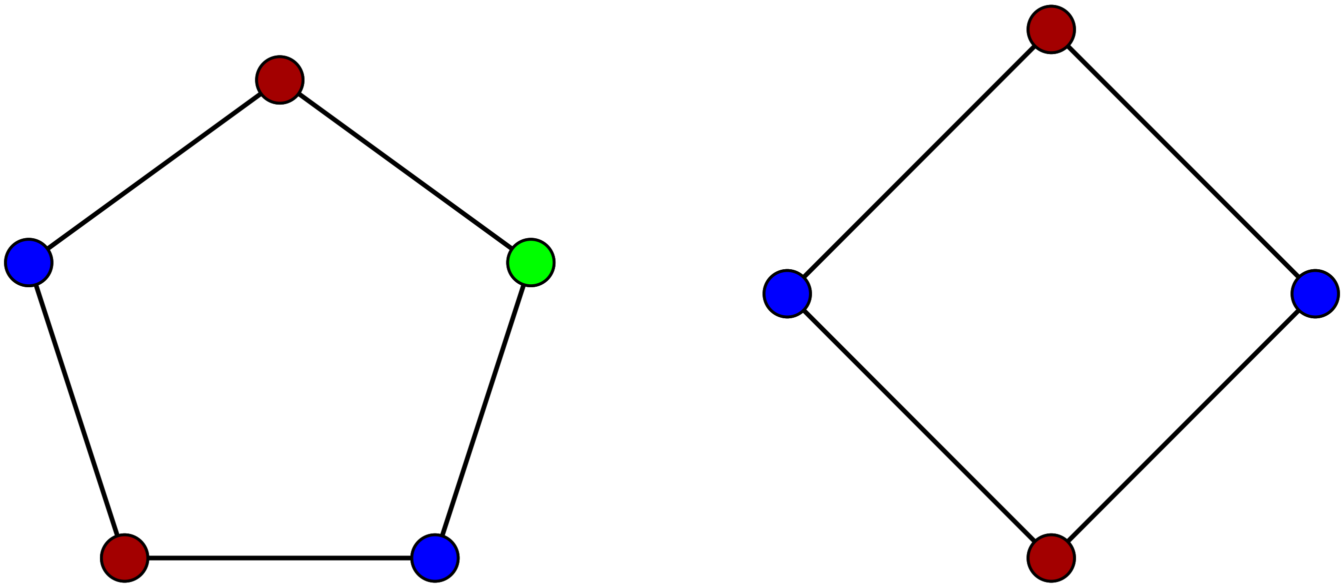




C_4

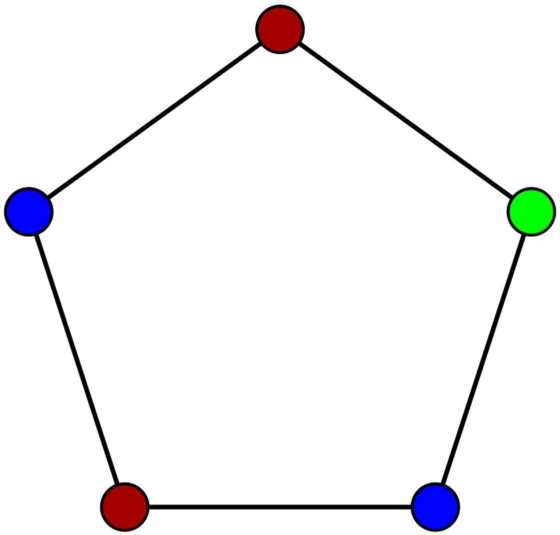
2

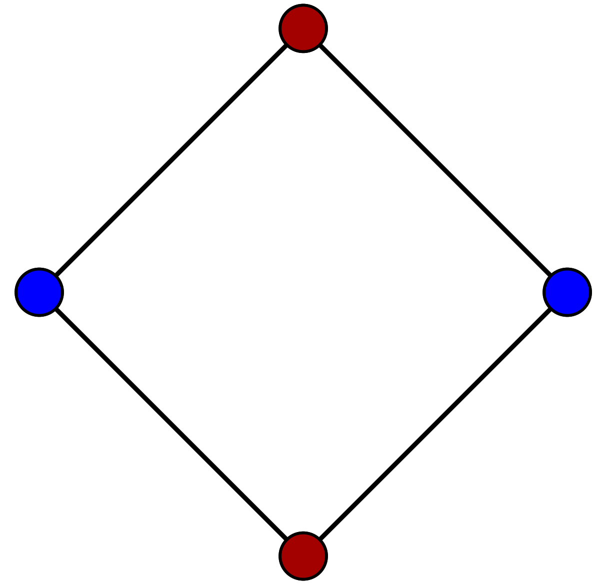
Kolorowanie grafów



$$\chi(C_5) = 3, \qquad \chi(C_4) = 2$$

Kolorowanie grafów



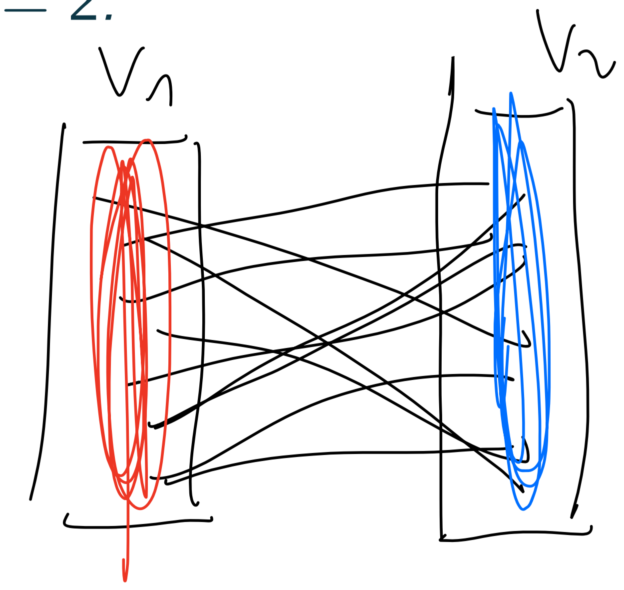


$$\chi(C_5) = 3, \qquad \chi(C_4) = 2$$

$$\chi(C_{2n+1}) = 3, \qquad \chi(C_{2n}) = 2$$

Twierdzenie

Graf G, który ma co najmniej jedną krawędź, jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy $\chi(G) = 2$.

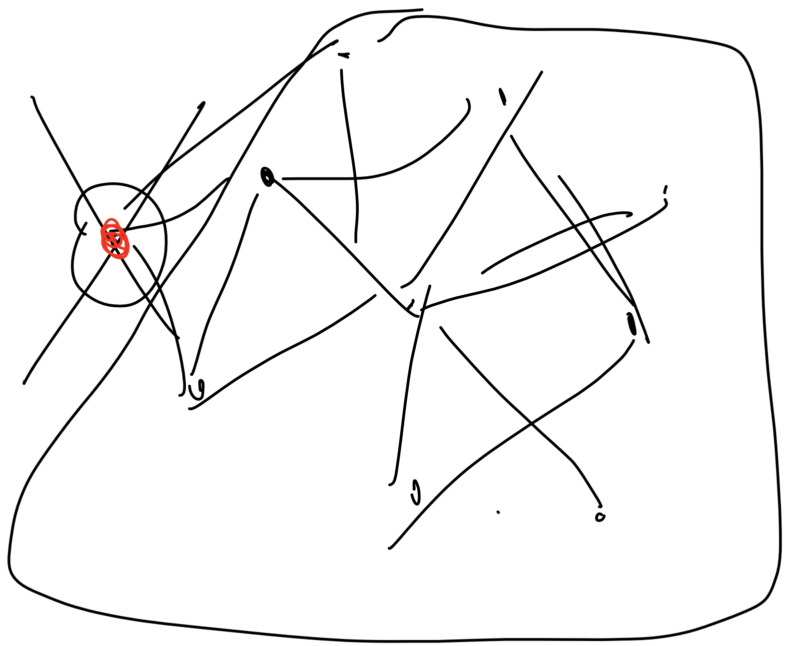


Twierdzenie

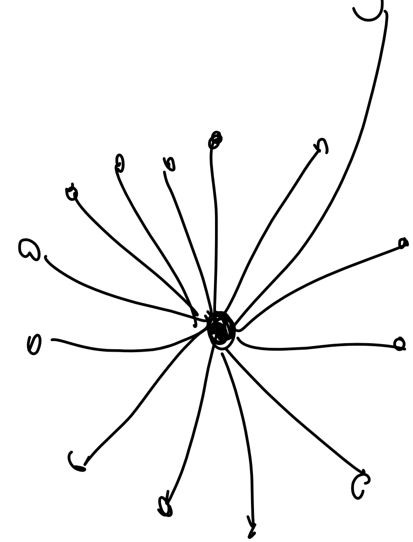
Graf G, który ma co najmniej jedną krawędź, jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy $\chi(G) = 2$.

Twierdzenie

Jeżeli w grafie G maksymalny stopień wierzchołków wynosi k, to $\chi(G) \leqslant k + 1$.



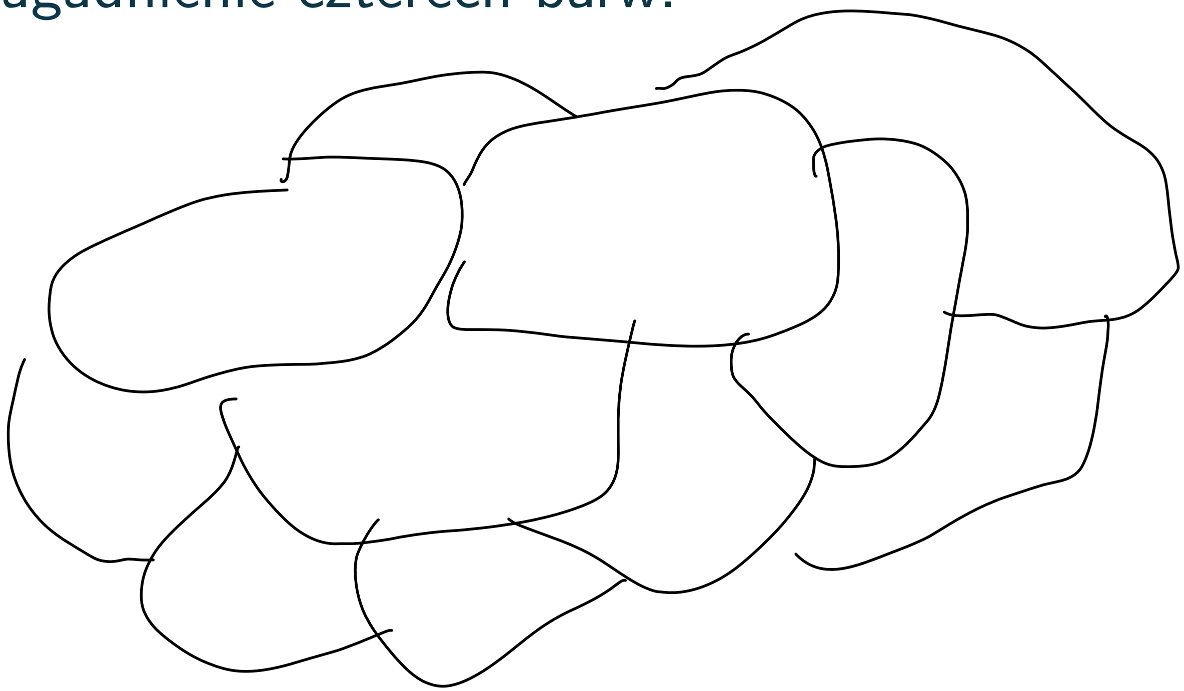
deg v = 1000



$\chi(G) = 2$

Kolorowanie się przydaje

- Zagadnienie planu zajęć.
- Propagacja update'ów.
- Przypisanie częstotliwości.
- Alokacja rejestrów pamięci.
- Zagadnienie czterech barw.



Kolorowanie się przydaje

- Zagadnienie planu zajęć.
- Propagacja update'ów.
- Przypisanie częstotliwości.
- Alokacja rejestrów pamięci.
- Zagadnienie czterech barw.

Twierdzenie

Jeżeli graf G jest planarny, to

$$\chi(G) \leqslant 4.$$

Kolorowanie grafów

$$
\begin{aligned}
P = NP \quad & \iff \quad SAT \\
& \iff \quad \text{(decyzyjny) problem komiwojażera} \\
& \iff \quad \text{znalezienie } \chi(G) \\
& \iff \quad \chi(\text{planarny}) = 3?
\end{aligned}
$$