TEORIA MNOGOŚCI

- Pojęcie pierwotne
  - zbiór $A, B, C, \ldots \quad X, Y, \ldots$
  - należenie do zbioru $\quad x \in A$
- $A = \{-2, 0, \sqrt{3}, \pi\}$
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$
- $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
- $\mathbb{Q} = \{$zbiór ułamków $\frac{m}{n}$, $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0\}$
- $\mathbb{R}$ – liczby rzeczywiste

Konstruktory zbiorów

$\Phi(x)$ – warunek logiczny

$$A = \{x : \Phi(x)\}$$

$$A = \{x : \; x \in \mathbb{R} \text{ i } x < 3\} = (-\infty, 3)$$

$$A = \{x : \; x \in \mathbb{R} \text{ i } 0 < x \leq 1\} = (0, 1]$$

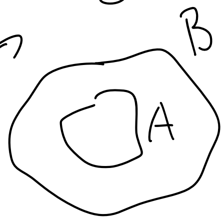
$$A = \{x :$$

- $A = B$?

$\Updownarrow$ zbiory A i B składają się z tych samych elementów

$$\{1, 3\} = \{3, 1\}$$

- $A \subset B$ relacja zawierania (inkluzji)



A zawiera się w zbiorze B

A jest podzbiorem zbioru B

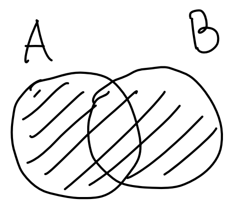
każdy element zb. A jest el. zb. B

Operacje na zbiorach

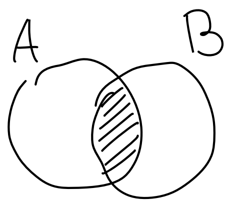
A, B – zbiory

$A \cup B$ – suma zbiorów

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ lub } x \in B\}$$

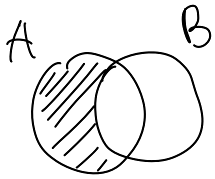


$A \cap B$ – iloczyn (część wspólna, przecięcie)



$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ i } x \in B\}$$

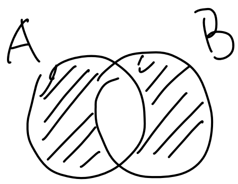
$A \setminus B$ – różnica



nie należy

$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ i } x \notin B\}$

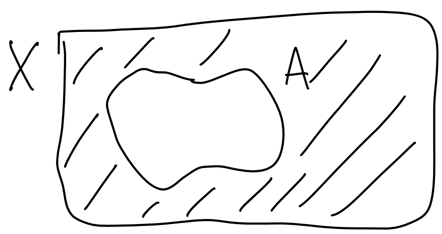
$A \triangle B$ – różnica symetryczna (XOR)



$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

$\boxed{A^c}$, A', $\bar{A}$

$A^c = X \setminus A$



$\boxed{A \setminus B = A \cap B^c}$

Prawa rachunku zbiorów

- $A \cup A = A = A \cap A$
- $A \setminus A = \emptyset$ (zbiór pusty)
- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$

$\Big\}$ przemienność

- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$\Big\}$ łączność

a, b, c

$(a+b)+c$

$a+(b+c)$

- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$\Big\}$ rozdzielność

$\{ a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$

- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

$\Big\}$ prawa de Morgana

Ćw. $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$?

$$\underline{A \setminus (B \setminus C)} = A \setminus (B \cap C^c) = A \cap (B \cap C^c)^c \overset{\text{prawo de Morgana}}{=} A \cap (B^c \cup (C^c)^c) =$$

$$= A \cap (B^c \cup C) \overset{\text{prawo rozdz.}}{=} \underline{(A \cap B^c)} \cup (A \cap C) =$$

$$= \underline{(A \setminus B) \cup (A \cap C)}$$

Zbiór potęgowy

A – zbiór

$\mathcal{P}(A)$ – zbiór potęgowy $\left(2^A\right)$

$\mathcal{P}(A)$ – zbiór wszystkich podzbiorów zbioru A

Tw. Jeżeli zbiór A ma n elementów, to jego zbiór potęgowy ma 2^n.

Dow. $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

$$\underbrace{\begin{array}{ccccccc} \frac{V}{X}, & \frac{V}{X}, & \frac{V}{X}, & \dots, & \frac{V}{X} \\ 2 & 2 & 2 & & 2 \end{array}}_{2^n}$$