φ Czy φ jest spełnialna?

$p_1, \dots, p_n \rightsquigarrow 2^n$ Problem SAT

$P = NP$?

$$A = \underbrace{[1, 5, -3, -1, 1000, -100, -20, 13, \dots]}_{n}$$

1. Czy istnieje takie $x \in A$, że $x = 2024$? n
2. Czy istnieją liczby $x, y \in A$, dla których $x + y = 2024$?

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \sim \frac{n^2}{2} \qquad n^2$$

3. Czy istnieją liczby $x, y, z \in A$, dla których $x + y + z = 2024$?

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \sim \frac{n^3}{6} \qquad n^3$$

⋮

k. Czy istnieją $x_1, \dots, x_k \in A$, dla których $\sum_{i=1}^{k} x_i = 2024$?

$$\binom{n}{k} \sim \frac{n^k}{k!} \sim n^k \qquad n^k$$

$\to$ Problemy typu P.

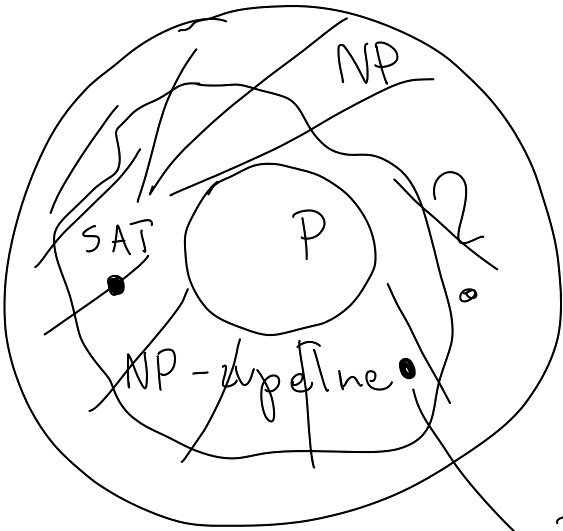
$\boxed{\infty.}$ Czy istnieje podzbiór tablicy A, w którym suma elementów jest równa 2024?

Liczba podzbiorów $= 2^n - 1$

NP - niedeterministycznie wielomianowy

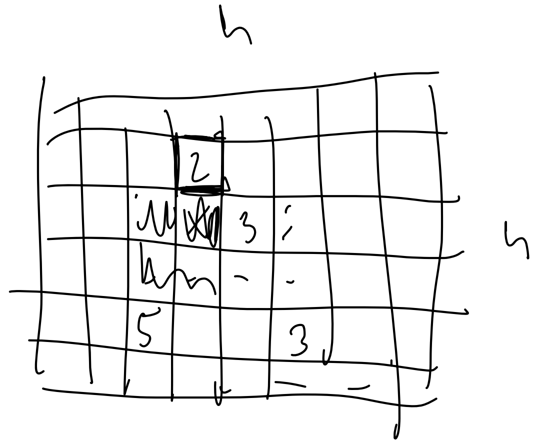
Problem decyzyjny → odpowiedź TAK / NIE

podpowiedź łatwo (wielomianowo) sprawdzić



Problem sapera

P ⊂ NP



Funkcje zdaniowe i kwantyfikatory

$$\boxed{x^2 - 3 > 0 \ ?}$$

$$\varphi : X \to \{0, 1\}$$

wartości logiczne

Przykład.

$$\varphi : \mathbb{R} \to \{0,1\}$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x^2 - 3 \leq 0, \\ 1, & \text{gdy } x^2 - 3 > 0. \end{cases}$$

Wykres funkcji zdaniowej

$$S(\varphi) = \{x \in X : \varphi(x) = 1\}$$

$$S(\varphi) = (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

$$\varphi : X \times Y \to \{0,1\} \qquad \varphi : X_1 \times \dots \times X_n \to \{0,1\}$$

$$\varphi(x,y) \qquad \varphi(x_1, \dots, x_n)$$

$$\varphi : \mathbb{R} \times \mathbb{Z} \to \{0,1\}$$

$$\varphi(x,y) = \boxed{x^2 y + y^2 - 3xy^2 > 0}$$

$x^2 + 1 > 0$?

$\bigwedge\limits_{x}$ – kwantyfikator ogólny „dla każdego"

$\boxed{\forall \text{ for all}}$

$\underbrace{\bigwedge\limits_{x} \varphi(x)}$ ⇝ „dla każdego $x \in X$ zachodzi $\varphi(x)$ jest prawdą"

zdanie

$\bigvee\limits_{x}$ – kwantyfikator szczegółowy „istnieje"

$\boxed{\exists \text{ exists}}$

$\bigvee\limits_{x} \varphi(x)$ ⇝ „istnieje $x \in X$, dla którego $\varphi(x)$ jest prawdą"

$\bigvee\limits_{x}! \varphi(x)$ $\quad \exists!_{x} \varphi(x)$

istnieje dokładnie jeden

$\boxed{\text{ćw. } \bigvee\limits_{x}! \text{ def.?}}$

Prawa rachunku kwantyfikatorów

$$\bigwedge_x \bigwedge_y \varphi(x,y) \iff \bigwedge_y \bigwedge_x \varphi(x,y) \iff \bigwedge_{x,y} \varphi(x,y)$$

$$\bigvee_x \bigvee_y \varphi(x,y) \iff \bigvee_y \bigvee_x \varphi(x,y) \iff \bigvee_{x,y} \varphi(x,y)$$

$$\bigvee_x \bigwedge_y \varphi(x,y) \;\boxed{\Rightarrow}\; \cancel{\Leftarrow}\; \bigwedge_y \bigvee_x \varphi(x,y)$$

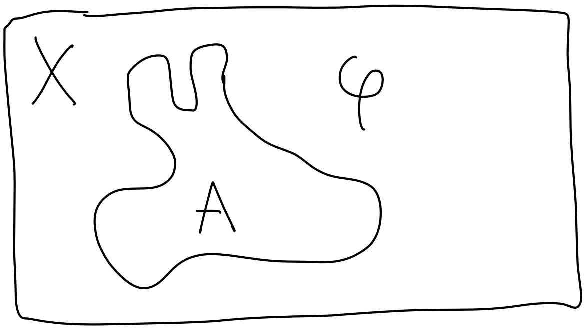
może zależeć od y

Prawa de Morgana

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

$$\neg \bigwedge_x \varphi(x) \iff \bigvee_x \neg \varphi(x)$$

$$\neg \bigvee_x \varphi(x) \iff \bigwedge_x \neg \varphi(x)$$



$$\bigwedge_{x\in A} \varphi(x) \overset{def.}{=} \bigwedge_{X} x\in A \Rightarrow \varphi(x)$$

$$\bigvee_{x\in A} \varphi(x) \overset{def.}{=} \bigvee_{X} x\in A \Rightarrow \varphi(x)$$

? AND $\wedge$

	11110		
	101110	2 4 8 32	46
+	10111	1 2 4 16	23
$\oplus$	111001	1 4 64	69
	1000101		

AND

XOR