16 funk. 2-arg.
4 funk. 1-arg.

$\varphi \rightsquigarrow \psi$

$\varphi \equiv \psi \quad (v(\varphi) = v(\psi))$

formuly majú ideál. tabele pravdy

Postač normalne formuly

CNF	DNF
conjunctive normal form	disjunctive n. f.

$\wedge, \vee, \neg$

$\underbrace{(\vee \dots \vee)}_{\dots} \wedge \underbrace{(\vee \dots \vee)}_{\vee \dots} \wedge \dots \wedge \underbrace{(\vee \dots \vee)}_{\vee \dots}$ CNF

$p \,/\, \neg p$ literal

literal

CNF

$(l_1^1 \vee l_2^1 \vee \dots \vee l_{n_1}^1) \wedge (l_1^2 \vee \dots \vee l_{n_2}^2) \wedge \dots \wedge (l_1^k \vee \dots \vee l_{n_k}^k)$

DNF

$$(\ldots \wedge \ldots \wedge \ldots) \vee (\ldots \wedge \ldots \wedge \ldots) \vee \ldots \vee (\ldots \wedge \ldots \wedge \ldots)$$

literał $(p \,/\, \neg p)$

CNF: $(p \vee \neg q) \wedge (p)$

DNF: $(q \wedge p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg r \wedge a)$

CNF i DNF: $(p) \wedge (q) \wedge (r)$ CNF

$(p \wedge q \wedge r)$ DNF

$$\varphi = (p \overset{XOR}{\oplus} q) \overset{NOR}{\downarrow} r$$

p	q	r	$(p \oplus q) \downarrow r$	DNF	CNF
1	1	1	0		$(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge$
1	1	0	1	$(p \wedge q \wedge \neg r)$	
1	0	1	0		$(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge$
0	1	1	0		$(p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge$
1	0	0	0		$(\neg p \vee q \vee r) \wedge$
0	1	0	0		$(p \vee \neg q \vee r) \wedge$
0	0	1	0		$(p \vee q \vee \neg r)$
0	0	0	1	$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$	

DNF: $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

110   000

Tw. Każdą formułę można zapisać w równoważnej postaci normalnej (CNF i DNF).

$\wedge$, $\vee$, $\neg$

Def. Zbiór funktorów A nazywamy zupełnym, jeżeli każdą formułę logiczną można w sposób równoważny zapisać przy wykorzystaniu wyłącznie funktorów ze zbioru A.

Wniosek. $\{\wedge, \vee, \neg\}$ jest zupełny.

Tw. $\{\wedge, \neg\}$ i $\{\vee, \neg\}$ są zupełne.

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

$$p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

$\wedge, \neg \rightsquigarrow \vee$

$\{\wedge, \neg\} \rightsquigarrow \{\wedge, \neg, \vee\}$

Tw. $\{\,|\,\}$ i $\{\downarrow\}$ są zupełne.

$|$ — NAND, $\downarrow$ — NOR

$\boxed{p|q \equiv \neg(p\wedge q)}$

Dow. Wiemy, że $\{\wedge, \neg\}$ jest zupełny.

$$\neg p \equiv \neg(p\wedge p) = p|p \qquad | \rightsquigarrow \neg$$

$$p\wedge q \equiv \neg(\neg(p\wedge q)) \equiv \neg(p|q) \equiv (p|q)|(p|q)$$

$$| \rightsquigarrow \wedge$$

Def. Formuła φ jest spełnialna, jeżeli istnieje wartościowanie v, przy którym $v(\varphi)=1$.

$$(p\oplus q)\wedge(p|q)$$

$$\underbrace{1 \quad 0}_{1} \quad \wedge \quad \underbrace{1 \quad 0}_{1}$$

$$1$$

spełnialna

$$(p\oplus q)\wedge \underbrace{(p\downarrow q)}_{1}$$

$$0 \quad 0 \quad 0$$

nie jest spełnialna

Problem SAT

$\varphi \longrightarrow \boxed{?}$ — TAK, spełnialne

— NIE, nie spełnialne

$(p_1, \dots, p_n) \to 2^n$

p_1	$\dots$	p_n
1	$\dots$	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$\Big\} \ 2^n$

$\varphi \rightsquigarrow \text{DNF}$

Pytanie $P = NP$?